

ARTÍCULO ORIGINAL

METROLOGÍA Y TECNOLOGÍAS CUÁNTICAS: UNA CONJUNCIÓN FUNDAMENTAL PARA EL DESARROLLO CIENTÍFICO Y TECNOLÓGICO*

Metrology and Quantum Technologies: a Fundamental Synergy for Scientific and Technical Development

José Luis Ocaña Moreno

Académico de Número de la Sección de Ingeniería de la Real Academia de Doctores de España

jlocana@etsii.upm.es

RESUMEN

El 7 de junio de 2024, la Organización de las Naciones Unidas proclamó 2025 como el Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas, conmemorando los 100 años desde el desarrollo formal de la Mecánica Cuántica. La misión del Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas es aprovechar esta efeméride para ayudar a sensibilizar al público sobre la importancia y el impacto de estas disciplinas y sus aplicaciones en todos los aspectos de la vida. Por otra parte, el 20 de mayo de 1875 (hace 150 años) se firmó en París con rango de tratado internacional la conocida como Convención del Metro, que sentó las bases para el futuro advenimiento del Sistema Internacional de Unidades (SI) como elemento clave para el desarrollo de la Metrología como ciencia fundamental para el desarrollo científico y tecnológico. Aprovechando esta doble conmemoración, en la comunicación “Metrología y Tecnologías Cuánticas: Una conjunción fundamental para el desarrollo científico y tecnológico” se analiza el impacto del desarrollo de la ciencia y tecnología cuánticas sobre el avance de las técnicas metroológicas y sus definiciones clave, presentándose la redefinición del 2018/2019 del Sistema Internacional de Unidades como hito fundamental para el desarrollo (a través de la definición de unidades sobre la base de constantes físicas fundamentales y efectos de naturaleza inherentemente cuántica) del conjunto de técnicas y métodos de análisis de información basados en leyes específicamente asociadas al comportamiento cuántico de la naturaleza que se conoce como Metrología Cuántica.

PALABRAS CLAVE: Ciencia y Tecnologías Cuánticas, Metrología, Sistema Internacional de Unidades.

ABSTRACT

On June 7th, 2025, the United Nations Organization announced 2025 as the year for the international commemoration of Quantum Science and Technology, following the formal initiation of Quantum Mechanics 100 years before. The mission of the International Year of Quantum Science and Technology is to profit by this ephemeris to promote the public sensitization on the relevance and impact of these disciplines and their applications on all aspects of the daylife. Concurrently, on May 20th, 1875 (150 years ago), the International Metre Convention was signed in Paris as an international treaty revealed itself as the basis for the future advent of the International System of Units (SI), a key element for the development of Metrology as a fundamental science for scientific and technical development. Profiting by the coincidence of this double commemoration, by means of the communication entitled “Metrology and Quantum Technologies: a fundamental synergy for scientific and technical development”, the impact of the development of quantum science and technology on the evolving metrological techniques and key definitions is analyzed, the last (2018/2019) redefinition of the International System of Units being presented as a keystone for the development of the ensemble of specifically quantum-based experimental techniques and information processing methods integrating the discipline defined as Quantum Metrology.

KEYWORDS: Quantum Science and Technologies, Metrology, International System of Units.

* Sesión académica de la RADE celebrada el 5-11-2025 con el título *El 150 Aniversario de la Convención del Metro en el Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas*. <https://www.rade.es/pagina.php?item=1977>

PREÁMBULO

Desearía, en primer lugar, en este año en el que se celebra la doble efemérides del sesquicentenario de la firma como tratado internacional de la Convención del Metro y del centenario de la entronización formal como disciplina científica de la Mecánica Cuántica (reconocida por la Organización de las Naciones Unidas a través de la designación de 2025 como Año Internacional de la Ciencia y Tecnologías Cuánticas), agradecer las amables palabras de presentación a cargo del Presidente de la Sección de Ingeniería de la RADE, así como la oportunidad que hoy se me brinda de dirigirme a todos Vds. abordando uno de los temas que, sin duda, concitan en la actualidad un mayor nivel de interés, cual es el relativo al desarrollo de aplicaciones basadas en la aplicación de la Ciencia y Tecnología Cuánticas al mundo de la Metrología, ciencia que recibió un impulso definitivo precisamente como consecuencia de la sistematización de los procesos de medida que la adopción prácticamente generalizada del Sistema Internacional de Unidades ha traído consigo.

A lo largo de los siguientes párrafos se tratará de presentar ante Vds. un recorrido con inicio en el reconocimiento de la Metrología como ciencia esencial para el desarrollo de las relaciones comerciales y para el desarrollo científico-tecnológico y que acabará en la constatación del indiscutible carácter sinérgico de la Metrología con la Ciencia y Tecnología Cuánticas. En dicho camino se podrá constatar la estrecha relación de interdependencia entre la Metrología y el avance de los conocimientos científico-técnicos y cómo, a través de la evolución de las definiciones del Sistema Internacional de Unidades, dicha interdependencia se ha estrechado dando lugar a las más avanzadas investigaciones científicas, proporcionado, por una parte, desarrollos decisivos para el avance de la Metrología y, por otra, sacando partido de los métodos y definiciones de la misma en la vía hacia una capacidad de precisión en la medida sin precedentes en lo que se ha dado en denominar Metrología Cuántica.

1. INTRODUCCIÓN: CELEBRACIÓN DEL AÑO INTERNACIONAL DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA CUÁNTICAS EN COINCIDENCIA CON LA CONMEMORACIÓN DEL SESQUICENTENARIO DE LA FIRMA DE LA CONVENCIÓN DEL METRO

El 7 de junio de 2024, la Organización de las Naciones Unidas proclamó 2025 como el Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas, reconociendo los 100 años desde el desarrollo formal de la Mecánica Cuántica, ponderando las investigaciones que han conducido a su preeminencia tanto científica como tecnológica en el contexto internacional.

En el documento oficial de proclamación de la efeméride, se hace énfasis en el hecho de que la Ciencia y Tecnología cuánticas resultan de vital importancia para el desarrollo económico y en el de que sus aplicaciones potenciales prometen avances en campos vitales para el bienestar de la Humanidad.

En consecuencia, la misión de la proclamación del Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas es aprovechar la misma para ayudar a sensibilizar al público sobre la importancia y el impacto de estas disciplinas y sus aplicaciones en todos los aspectos de la vida.

Por otra parte, el 20 de mayo de 1875 (hace 150 años) se firmó en París —con rango de tratado internacional— la conocida como Convención del Metro, que sentó las bases para el futuro advenimiento del Sistema Internacional de Unidades (SI) como elemento clave para el desarrollo de la Metrología como ciencia fundamental para el desarrollo científico y tecnológico.

El Tratado constituyó en su momento la piedra angular para disponer de una metrología universal coordinada con un lenguaje científico consolidado, siendo el militar español, General D. Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero determinante en su proceso de implantación.

Aprovechando esta doble conmemoración, en esta comunicación se analiza el impacto del desarrollo de la Ciencia y Tecnología Cuánticas sobre el avance de las Técnicas Metrológicas y sus definiciones clave, presentándose la redefinición del 2018/2019 del Sistema Internacional de Unidades como hito fundamental para el desarrollo (a través de la definición de unidades sobre la base de constantes físicas fundamentales y efectos de naturaleza inherentemente cuántica) del conjunto de técnicas y métodos de análisis de información basados en leyes específicamente asociadas al comportamiento cuántico de la naturaleza que se conoce como Metrología Cuántica.

2. LA METROLOGÍA: HERRAMIENTA ESENCIAL PARA EL DESARROLLO CIENTÍFICO-TECNOLÓGICO

Según el Diccionario de la Lengua Española de la RAE, la Metrología es la Ciencia que tiene por objeto el estudio de los sistemas de pesas y medidas. Sin embargo, más allá de esta definición, la Metrología es una ciencia transversal imbricada en la base del conocimiento científico-técnico que ha desempeñado a lo largo del tiempo un papel fundamental en el desarrollo de la Ciencia y Tecnología.

En efecto, dicho desarrollo ha estado siempre ligado a los avances en la capacidad de medición en cada momento de la Historia y el desarrollo de las distintas civilizaciones ha implicado de forma consustancial el desarrollo de un sistema propio de pesos y medidas, elemento fundamental para el intercambio de bienes y servicios, habiendo sido durante siglos el comercio el principal impulsor del desarrollo de patrones metrológicos asociados a dichos pesos y medidas.

Durante siglos, una vez superada la era de las diversas concepciones mitológicas del Universo, el desarrollo de patrones de medida ligados a pesos y dimensiones geométricas estuvo fuertemente dominado por una concepción antropométrica (el ser humano como

medida de todas las cosas, según Protágoras, en el siglo V a.C.). Hasta que, con la llegada de Leonardo da Vinci, Francis Bacon, Galileo Galilei y otros destacados pensadores del Renacimiento fundadores de la “Ciencia Nueva”, esta llevaría a un gran avance en la ciencia y sus aplicaciones técnicas que serviría para satisfacer las crecientes y más sofisticadas necesidades de la Humanidad, de manera que el conocimiento de la naturaleza y el uso de instrumentos permitiría al ser humano gobernar la misma de acuerdo con sus intereses.

En este contexto, la medida de propiedades de la materia y de diversas magnitudes físicas asociadas a las dimensiones geométricas y al movimiento comenzaron a fundamentar la aparición de la Metrología como ciencia, siendo la Mecánica, la Termología y la Geografía las disciplinas donde mayor incidencia tuvieron inicialmente los desarrollos de nuevos instrumentos y técnicas metrológicas.

Fue precisamente el desarrollo de la Metrología asociado a la medida de dimensiones geográficas, puesto de manifiesto en los esfuerzos llevados a cabo para la medida del meridiano terrestre (Jorge Juan, Antonio de Ulloa y Louis Godin en las inmediaciones de Quito, Pierre Louis Maupertuis y Alexis Clairaut en Laponia y, finalmente, Jean-Baptiste Joseph Delambre y Pierre Méchain entre Dunquerque y Barcelona), el que condujo a una sistematización y unificación de las medidas. De la misma forma, el rápido desarrollo experimentado en la medida del tiempo durante los siglos XVI y XVII se sustentó sobre una mejora sustancial en la mecánica de precisión, antecedente directo de la revolución industrial.

Sobre la base proporcionada por estos descubrimientos, que ponían de manifiesto la posibilidad de una sistematización de las medidas basada en avances científicos, se llegó a la proposición del Sistema Métrico Decimal, nacido legalmente en Francia por decreto del 13 de Brumario del año IX (4 de noviembre de 1800) y que, tras la adopción progresiva por varios países, fue implantado como sistema universal por el Tratado del Metro (París, 1875) y confirmado por la primera Conferencia General de Pesas y Medidas (París, 1889). Mediante la definición del Sistema Métrico Decimal se pretendía buscar un sistema de unidades unificado que facilitara, primariamente, el tráfico comercial y, por añadidura, el intercambio científico-tecnológico, hecho que resultaba quimérico en función de la gran diversidad de sistemas de unidades vigentes en los distintos países, regiones e incluso ciudades de Europa y del resto del mundo civilizado en aquel momento.

Desde aquel entonces, y a través de los sucesivos descubrimientos científicos que han ido fortaleciendo la consistencia, trazabilidad y exactitud de los diversos patrones de medida integrados en el Sistema Internacional de Unidades (definido formalmente en la 11ª Conferencia General de Pesas y Medidas (Paris 1960)), la Metrología ha ido evolucionando como una disciplina fundamental para el desarrollo y validación experimental de los avances científico-tecnológicos que han ido conformando el universo altamente tecnificado de nuestros días.

Sin embargo, a pesar de este papel a la vez de gran significación conceptual y de elevada carga práctica, la Metrología es una ciencia que en muchas ocasiones no es reconocida en su labor posibilitadora de los citados avances o, ni tan siquiera, como la ciencia armonizadora de las distintas e innumerables mediciones que se realizan en la vida diaria. En las palabras del Dr. D. Carlos-Enrique Granados¹, figura señera en el campo de la Metrología de radiaciones ionizantes, *“El papel de la Metrología en el progreso humano es invasivo, pero discreto hasta el punto de que puede pasar desapercibido”*.

3. EVOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS METROLÓGICOS: EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES COMO BASE PARA LA INTERNACIONALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO-TECNOLÓGICO

La necesidad de unidades de medida consistentes surgió con las primeras sociedades humanas. A lo largo de la historia se han desarrollado numerosas unidades de medida, que se definían de manera empírica y sin que existiese entre ellas ninguna relación matemática.

Los dos patrones fundamentales para la implantación del Sistema Métrico Decimal fueron el metro y el kilogramo, materializados a través de sendos prototipos de platino iridiado depositados en los Archivos de la República, en París, el 22 de junio de 1799 (14 de Mesidor del Año VII de la República Francesa). De acuerdo con las palabras del filósofo y matemático Nicolas de Condorcet, el Sistema Métrico había sido creado *“para todas las personas de todos los tiempos”*, adoptándose como unidades básicas aquellas derivadas del mundo natural, como las dimensiones de la Tierra y el peso de los cuerpos.

Tras diversos problemas surgidos por la falta de aceptación del nuevo sistema, el mismo fue reimplantado en 1837, lográndose también su aceptación por parte de la comunidad científica internacional. A mediados del siglo XIX, James Clerk Maxwell propuso el concepto de un sistema coherente de unidades, donde, a través de la definición de un pequeño número de unidades de medida consideradas como unidades básicas, se definen las demás unidades, llamadas unidades derivadas. Las unidades inicialmente propuestas por Maxwell fueron las correspondientes a las magnitudes longitud, peso y tiempo, funcionando adecuadamente este concepto hasta que surgió la necesidad de consideración de unidades para las magnitudes involucradas en los fenómenos electromagnéticos.

En 1875 se firmó el Tratado Internacional del Metro (Convención del Metro), y en muchos países (entre ellos España a través de la Ley de Pesos y Medidas del 19 de julio de 1849) se había venido implantando en la práctica el uso de las unidades de peso y longitud derivadas de la definición del Sistema Métrico Decimal. En esa fecha, la firma del Tratado supone la internacionalización del conocimiento sobre unidades de medida y la custodia y control de los patrones del metro y del kilogramo depositados en 1799 a disposición de la República Francesa pasó a depender de tres organizaciones intergubernamentales, la principal de las

cuales era la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM). A partir de ese momento, la CGPM, en colaboración con una serie de otras organizaciones internacionales, se encargó de definir las medidas temporales, eléctricas, térmicas, moleculares y de iluminación, definiendo la manera en que las mismas se realizaban en la práctica y se utilizaban en los diversos procesos de medida.

Ya en 1874 se introdujo el sistema cegesimal (CGS), basado en el centímetro, el gramo y el segundo. En 1875, con ocasión de la Convención del Metro, se adoptaron nuevos prototipos que tomaron el metro y el kilogramo como unidades básicas de longitud y masa. A finales del siglo XIX, existían hasta cuatro variantes principales del Sistema Métrico Decimal para la medición de los fenómenos electromagnéticos en conjunción con los fenómenos mecánicos, tres basadas en el sistema CGS, y una en el sistema MKS (basado en el metro, el kilogramo y el segundo). En 1901 el físico e ingeniero italiano Giovanni Giorgi propuso el llamado sistema MKSA, conocido también como sistema Giorgi, que se basaba en el sistema métrico decimal, pero combinaba unidades mecánicas con unidades eléctricas. A partir del MKS se originó el Sistema Internacional de Unidades (*Système International d'Unités, SI*), que fue adoptado y recomendado por la 11ª Conferencia General de Pesos y Medidas en 1960 y cuyo uso internacional viene permitiendo la disposición de un sistema de unidades de medida coherente común a todos los campos de la ciencia y de la tecnología.

En concreto, la recomendación de 11ª Conferencia General de Pesos y Medidas en 1960, punto de partida para lo que hoy conocemos como Sistema Internacional de Unidades, implicaba seis "unidades básicas": el metro, el kilogramo, el segundo, el amperio, el kelvin y la candela; así como 22 unidades adicionales derivadas de las unidades básicas. En esta definición, el metro dejaba de expresarse en términos de medida del meridiano terrestre y se definía en términos de la longitud de onda de la emisión de radiación por el isótopo ^{86}Kr en el vacío (1 650 763,73 veces).

En la 13ª Conferencia General de Pesos y Medidas (1967) se redefinió la unidad de tiempo, el segundo, en términos (9 192 631,770 períodos) de la radiación procedente de la transición hiperfina del isótopo ^{133}Cs ; En la 14ª Conferencia General de Pesos y Medidas (1971) se introdujo el mol como la séptima unidad básica, referida a cantidad de sustancia; y en la 17ª Conferencia General, (1983) se redefinió el metro como unidad de longitud, expresándolo en términos de la velocidad de la luz en el vacío (longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de $1 / 299\,792\,458$ de segundo).

Desde finales del siglo XX, y a través de sus sucesivas reuniones, la CGPM ha venido trabajando en una redefinición de todas las unidades del SI al objeto de hacerlas más coherentes con constantes físicas fundamentales del universo y menos dependientes de patrones físicos (que pueden resultar alterables con el tiempo y las condiciones de conservación), llegando finalmente a la nueva reformulación del Sistema Internacional de Unidades aprobada a finales de 2018 (26ª CGPM) y que entró en vigor el 20 de mayo de 2019.

4. LA ÚLTIMA (2018-2019) DEFINICIÓN DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Como se ha venido viendo, desde su nacimiento el SI ha sido un sistema vivo y en evolución que ha ido cambiando a medida que surgían nuevas necesidades de conocimiento y medición, o bien se han puesto de manifiesto descubrimientos físicos capaces de mejorar la definición y/o realización práctica de las diversas magnitudes físicas. Y, a pesar de los cambios registrados a lo largo de su historia y hasta su última redefinición en 2018, el SI ha seguido respondiendo a su concepción fundamental, definiendo un conjunto de unidades base (y definiciones asociadas para realizarlas) y 22 unidades derivadas con sus respectivos nombres y símbolos.

Sin embargo, a lo largo de los años se ha ido consolidando un consenso internacional generalizado para hacer avanzar nuevamente el SI en el sentido de su formulación inicial como instrumento para la comprensión contemporánea del mundo físico. De esta forma, cada vez han resultado mayores los inconvenientes para el mantenimiento de un sistema basado en patrones “físicos” (debido a su alterabilidad con el tiempo) y los sucesivos avances en el campo científico han ido motivando una percepción de la conveniencia de una redefinición del sistema sobre la base de las constantes físicas fundamentales, magnitudes que representan la vocación de universalidad con la que un sistema de unidades normalmente se propone (considerar, por ejemplo, la propuestas de M. Planck, G.J. Stoney y P. Drude) de sistemas de Unidades exclusivamente basados en dicho tipo de constantes².

En la reciente reformulación de 2018 (anunciada en el marco de la 26^a CGPM y vigente a partir del 20 de mayo de 2019) se llevó a cabo finalmente un cambio trascendente en la definición de las unidades del SI orientado a la definición de las magnitudes físicas fundamentales en términos de constantes fundamentales de la naturaleza y dependiendo en la menor medida posible de la utilización de patrones físicos como soporte final de las unidades. En las tablas I y II se recogen, respectivamente, las definiciones de las magnitudes fundamentales y sus correspondientes unidades del SI con anterioridad a la modificación introducida con ocasión de la 26^a CGPM y las definiciones correspondientes a la reformulación motivada por dicha modificación.

Tabla I: Magnitudes fundamentales y sus unidades correspondientes en el Sistema Internacional (SI) vigentes hasta la reformulación del mismo en 2018

Magnitud Fundamental	Unidad SI	Definición
Tiempo (T)	segundo (s)	El segundo es la duración de 9 192 631 770 periodos de radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio-133 (¹³³ Cs).
Longitud (L)	metro (m)	El metro es la longitud del camino recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de 1 / 299 792 458 de segundo.
Masa (M)	kilogramo (kg)	El kilogramo es la masa del prototipo internacional IPK
Corriente eléctrica (I)	amperio (A)	El amperio es la corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos rectilíneos de longitud infinita, de sección transversal circular despreciable y colocados a 1 metro de distancia en el vacío, da lugar a una fuerza entre estos conductores igual a 2×10^{-7} newton ($\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$) por metro de longitud.
Temperatura termodinámica (Θ)	kelvin (K)	El kelvin, unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1 / 273,16 de la Temperatura termodinámica del punto triple del agua.
Cantidad de sustancia	mol (mol)	El mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como hay átomos en 0,012 kilogramos de carbono-12; las entidades elementales deben especificarse y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o grupos específicos de dichas partículas.
Intensidad luminosa	candela (cd)	La candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertzios (s^{-1}) y que tiene una intensidad radiante en esa dirección de 1/683 vatios ($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$) por stereorradián (sr).

Tabla II: Magnitudes fundamentales y sus constantes definitorias en el Sistema Internacional (SI) a partir de la reformulación del mismo en 2018

Magnitud Fundamental	Constante definitoria	Definición
Frecuencia ($f=T^{-1}$)	$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$	La frecuencia de desdoblamiento hiperfino en estado fundamental no perturbado del átomo de cesio-133, $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$ es exactamente 9 192 631 770 hertzios (s^{-1}).
Velocidad ($v=L.T^{-1}$)	c	La velocidad de la luz en el vacío, c, es exactamente 299 792 458 metros por segundo ($m.s^{-1}$).
Acción ($S=M.L^2T^{-1}$)	h	La constante de Planck, h, es exactamente $6,626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ J.s ($kg.m^2.s^{-1}$).
Carga eléctrica (Q)	e	La carga elemental, e, es exactamente $1,602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ C (A.s).
Capacidad calorífica ($C= M.L^2T^{-2}\Theta^{-1}$)	k	La constante de Boltzmann, k, es exactamente $1,380\ 649 \times 10^{-23}$ J/K ($kg.m^2.s^{-2}.K^{-1}$).
Cantidad de sustancia	N_A	La constante de Avogadro, N_A , corresponde exactamente a $6,022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ partículas en cada mol (mol^{-1}).
Intensidad luminosa	K_{cd}	La eficacia luminosa, K_{cd} , de la radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertz es exactamente 683 lúmenes por cada vatio ($cd.sr.kg^{-1}.m^{-2}s^3$).

Comparando dichas tablas se puede observar que las magnitudes fundamentales de tiempo, longitud e intensidad luminosa de la versión vigente hasta 2018 son perfectamente correlacionables con las nuevas definiciones para frecuencia y velocidad, dado que dicha versión ya incorporaba invariantes conocidos de la naturaleza como parte de su base física, gracias a las redefiniciones de 1967 y 1983 del segundo y el metro, respectivamente. Sin embargo, puede observarse un cambio fundamental en la definición de las constantes fundamentales “implícitas” en las definiciones de las unidades.

En la formulación del SI vigente hasta 2018, dichas constantes implícitas eran:

- La frecuencia de desdoblamiento hiperfino en estado fundamental no perturbado del átomo de ^{133}Cs , $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$, es exactamente 9 192 631 770 hertzios (s^{-1})
- La velocidad de la luz en el vacío, c, es exactamente 299 792 458 metros por segundo
- La constante de Planck, h, es exactamente $6,626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ J.s ($kg.m^2.s^{-1}$)
- La carga elemental, e, es exactamente $1,602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ C (A.s)
- La temperatura termodinámica del punto triple del agua, T_{TPW} , es exactamente 273,16 K
- La masa molar del isótopo ^{12}C , $M(^{12}\text{C})$, es exactamente 0,012 kg/mol
- La eficacia luminosa, K_{cd} , de la radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertzios es exactamente 683 lúmenes por cada vatio ($cd.sr.kg^{-1}.m^{-2}s^3$)

mientras que, en la reformulación de 2018, las constantes implícitas (esta vez ya explícitas) han pasado a ser:

- La frecuencia de desdoblamiento hiperfino en estado fundamental no perturbado del átomo de ^{133}Cs , $\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$, es exactamente 9 192 631 770 hertzios (s^{-1})
- La velocidad de la luz en el vacío, c , es exactamente 299 792 458 metros por segundo
- La masa del Prototipo Internacional de kilogramo, $m(\text{IPK})$, es exactamente 1 kg
- La permeabilidad magnética del vacío, μ_0 , es exactamente $4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
- La constante de Boltzmann, k , es exactamente $1,380\,649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$)
- La constante de Avogadro, N_A , corresponde exactamente a $6,022\,140\,76 \times 10^{23}$ partículas en cada mol (mol^{-1})
- La eficacia luminosa, K_{cd} , de la radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} hertzios es exactamente 683 lúmenes por cada vatio ($\text{cd}\cdot\text{sr}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^3$)

Con la definición explícita de este nuevo conjunto de constantes fundamentales, se ha pretendido, como objetivo fundamental, que las mediciones en los distintos campos de la Física estén en la menor medida posible asociadas a una comparación frente a prototipos físicos o sistemas físicos particulares, habiéndose mantenido en la nueva reformulación uno sólo de estos sistemas físicos particulares, como es el átomo de ^{133}Cs y un sistema particular emisor de un tipo de radiación, como el emisor de radiación monocromática de terahertzios asociado a la definición de la intensidad luminosa.

Con la redefinición tratada se ha perseguido, además, el logro de una mayor escalabilidad y accesibilidad. A título de ejemplo, se suele citar el caso de las medidas de longitud, dependientes según la nueva definición de la velocidad de la luz como constante física. En efecto, a pequeña escala de longitud, mediciones de interferometría de rayos X de última generación han determinado el espaciamiento de la red cristalina del silicio-28 (^{28}Si) con una incertidumbre absoluta inferior a 10^{-18} m (incertidumbre relativa de 5 partes en 10^9)³. Y, por otra parte, a gran escala de longitud, las medidas de determinación de la distancia Tierra-Luna se pueden realizar con una incertidumbre absoluta de 1 mm (incertidumbre relativa menor que 1 parte en 10^{11}) cronometrando el tiempo de ida y vuelta de un pulso láser emitido desde la Tierra⁴. Ambos experimentos dependen del valor fijo de la velocidad de la luz, implícitamente a través de la longitud de onda de rayos X en el caso de la interferometría y explícitamente en el caso de la medición de distancia Tierra-Luna, no necesitando ninguno de ellos relacionar los resultados con un patrón físico de longitud.

En la práctica, el SI redefinido ofrece, tal como se ha mencionado, una mayor escalabilidad y accesibilidad gracias al conjunto elegido de constantes, dado que las mismas aparecen en diversos campos de la investigación y las teorías físicas, incluyendo la Relatividad Especial, la Física Cuántica, la Física Atómica y la Física de la Materia Condensada. Por ejemplo, a partir

del conocimiento del valor exacto (ahora fijado) de la constante de Planck, la masa de 1 kg puede medirse con una incertidumbre relativa de 2 partes en 10^8 con ayuda de la técnica de Kibble⁵ o con una incertidumbre relativa aún menor (de 2 partes en 10^9) a través de la medida de la diferencia de frecuencias de emisión y absorción de fotones por los átomos.

Aunque existe gran libertad en la elección del conjunto de constantes fundamentales para definir un sistema de unidades, la selección de h , e , k y N_A para el nuevo SI se ha realizado considerando la practicidad, reproducibilidad, accesibilidad y precisión con la que se pueden realizar mediciones hoy en día. En concreto, se ha pretendido que la mayor parte de magnitudes características de la Física puedan determinarse con incertidumbres relativas de alrededor de 10^{-9} (ver tabla III). Este objetivo ha impedido, por ejemplo, la consideración como constante fundamental del Sistema a la constante gravitatoria, G , que permitiría una derivación directa de la unidad de masa, pero que resulta especialmente difícil de medir con precisión en la práctica⁶. Este hecho constituye, de momento, una de las limitaciones más importantes de la nueva definición del Sistema Internacional para ser considerado un sistema totalmente basado en constantes universales sin necesidad de recurrir a determinaciones experimentales subsidiarias a la hora de realizar en la práctica el patrón de masa.

Por el contrario, resulta muy notable el hecho de que, ya en la versión de SI sancionada en 1990 por la 18ª CGPM, pudieran ser introducidos los patrones de tensión eléctrica de efecto Josephson y los patrones cuantizados de resistencia eléctrica de efecto Hall cuántico, directamente vinculados a los valores de las constantes h y e .

5. INCORPORACIÓN DE EFECTOS Y DISPOSITIVOS CUÁNTICOS A LA TÉCNICA METROLÓGICA: LA METROLOGÍA CUÁNTICA

En efecto, dichos patrones empezaron a ser utilizados en función de su dependencia funcional de dos notables constantes físicas de la naturaleza, la carga eléctrica del electrón (e) y la constante de Planck (h), y una vez se adquirió capacidad de instrumentación fiable de los tres efectos físicos implicados, a saber: el efecto Josephson, de establecimiento de corrientes eléctricas en semiconductores por efecto túnel (publicado en 1962 y acreedor al Premio Nobel de Física en 1973)⁷; el efecto Hall cuántico, de cuantización de la conductancia eléctrica en sistemas de geometría bidimensional sometidos a bajas temperaturas y campos magnéticos intensos (publicado en 1980 y acreedor al Premio Nobel de Física en 1985)⁸; y el efecto túnel de electrón único (descrito por primera vez en 1987)⁹.

Tabla III: Variación de la incertidumbre relativa en las constantes fundamentales motivada por la redefinición de 2028 del SI (valores tomados de Newell y otros¹⁰)

Magnitud	Símbolo	Incertidumbre relativa antes de la redefinición de 2018 ($u_r \times 10^9$)	Incertidumbre relativa tras la redefinición de 2018 ($u_r \times 10^9$)
Frecuencia de desdoblamiento hiperfino en estado fundamental no perturbado del átomo de ^{133}Cs	$\Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}}$	0	0
Velocidad de la luz en el vacío	c	0	0
Constante de Planck	h	44	0
Carga del electrón	e	22	0
Constante de Boltzmann	k	910	0
Constante de Avogadro	N_A	44	0
Constante de Intensidad luminosa	K_{cd}	0	0
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$	3600	0
Constante de estructura fina	$\alpha = \frac{1}{2} \frac{e^2}{\epsilon_0 hc}$	0,32	0,32
Permitividad del vacío	ϵ_0	0	0,32
Permeabilidad del vacío	μ_0	0	0,32
Masa del IPK	m(IPK)	0	44
Masa molar del ^{12}C	$M(^{12}\text{C})$	44	0,70
Unidad de masa atómica	m_u	44	0,70
Temperatura termodinámica del punto triple del agua	T_{TPW}	0	910

A partir de estos tres efectos, que implicaban efectos típicamente cuánticos e involucraban relaciones fundamentales entre las citadas constantes físicas de la naturaleza a través de sus ecuaciones definitorias ($K_J = \frac{h}{2e}$; $R_H = \frac{h}{e^2}$), se estableció el llamado “*triángulo metrológico eléctrico*”¹¹ (figura 1) que dio lugar a la introducción progresiva de las constantes “*cuánticas*”, K_J y R_H , como elementos determinantes con precisión mejorada (estimada en un orden de magnitud en incertidumbre relativa, 10^{-8} frente a 10^{-7}) sobre los métodos tradicionales (basados en determinaciones dinamométricas y la asunción de las constantes electromagnéticas, ϵ_0 y μ_0 , como constantes prefijadas con valores exactos) para la medida de magnitudes electrotécnicas (el voltio y el ohmio “*cuánticos*”) y finalmente a su adopción en el marco de la revisión del 1990 del SI (18^a CGPM).

En sus inicios, el triángulo metroológico eléctrico (figura 1) con unidades basadas en efectos cuánticos fue concebido para verificar la consistencia de las constantes físicas fundamentales que intervienen en su definición a través de los experimentos independientes que las relacionaban, verificación que arrojó un nivel de coherencia de 10^{-8} en valor relativo de incertidumbre para las magnitudes primariamente derivadas, a saber, diferencia de potencial, intensidad y resistencia eléctricas.

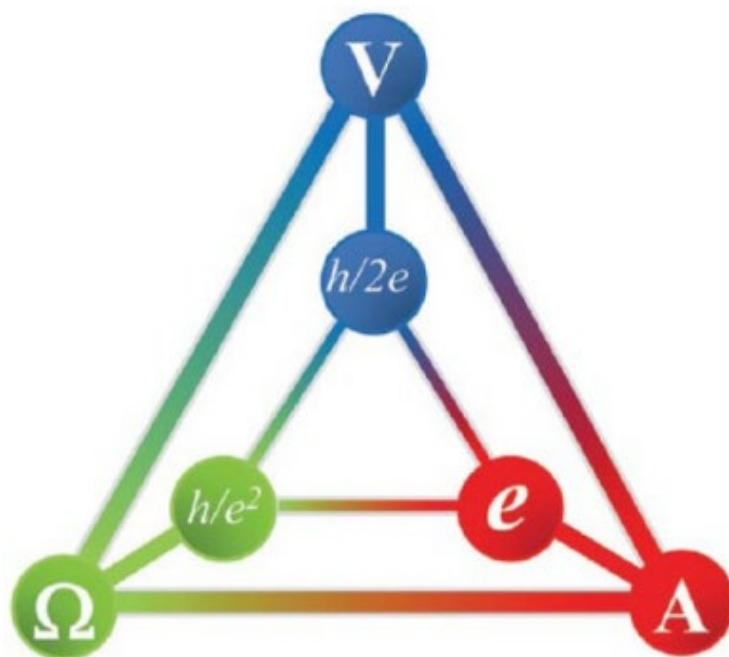


Figura 1: El triángulo metroológico eléctrico, definido a partir de las constantes “ e ” y “ h ”
(Adaptado de F. Piquemal y otros¹²)

Sin embargo, la importancia metroológica del referido triángulo va mucho más allá de la propia definición y realización práctica coherente de las magnitudes propiamente electrotécnicas ya que, en la práctica, ha servido para el desarrollo del conjunto del SI sobre la base de los efectos cuánticos incorporados.

En efecto, a partir del triángulo metroológico eléctrico-cuántico se puede definir la llamada “*Pirámide Metroológica Cuántica*”, propuesta en 2006¹³, sistema de unidades eléctricas basado en efectos cuánticos que incorpora, además de la diferencia de potencial eléctrico y la corriente eléctrica, la energía y la frecuencia como magnitudes interrelacionadas (figura 2).

En esta pirámide, las 6 aristas corresponden a sendos fenómenos de naturaleza cuántica que, con la única ayuda del patrón de frecuencia, permiten la realización práctica directa de las unidades correspondientes a la tensión (o diferencia de potencial), la intensidad y la energía eléctrica a través del conocimiento de las constantes físicas fundamentales e y h . Como magnitud cuantizada adicional surge el flujo magnético, que resulta fundamental para la realización práctica de magnitudes magnéticas.

Con ayuda de este conjunto de unidades electromagnéticas ligadas a los citados efectos cuánticos, la propia constante de Planck y la frecuencia (que interviene en la definición de energía de la radiación electromagnética) ha resultado posible la construcción de forma coherente del SI renovado con excepción de las unidades referidas a temperatura, intensidad luminosa y cantidad de sustancia, dependientes a su vez de la utilización de constantes físicas de la naturaleza, a saber, la constante de Boltzmann, k , la constante de eficiencia luminosa de la radiación, K_{cd} , y el número de Avogadro, N_A .

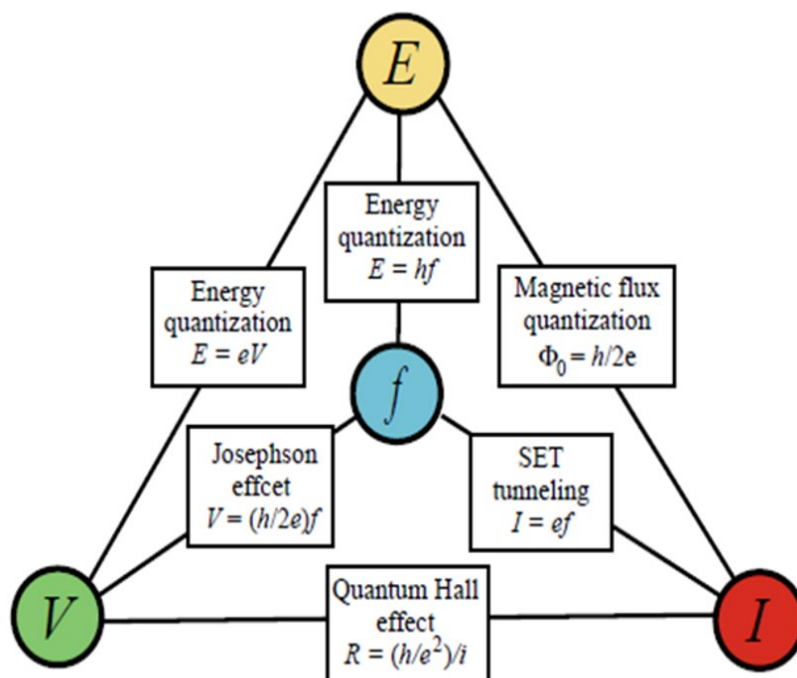


Figura 2: La Pirámide Metroológica Cuántica, definida a partir de las constantes “ e ” y “ h ”
 (Adaptado de W. Nawrocki¹⁴)

De forma particular, y aunque este punto concreto se considera una de las peculiaridades del nuevo sistema necesitadas de una consideración más acorde a la formulación del mismo como preferentemente basado en constantes físicas fundamentales, la realización práctica actualizada del kilogramo como unidad de masa se liga en el SI reformulado al conocimiento de la constante de Planck, a las constantes cuánticas, $K_J = \frac{h}{2e}$ y $R_H = \frac{h}{e^2}$, al valor determinado experimentalmente de frecuencia de una radiación electromagnética usada en una pila de uniones Josephson, la velocidad de desplazamiento en una balanza experimental (Balanza de Kibble¹⁵) y la aceleración local de la aceleración de la gravedad, en principio determinables experimentalmente con la precisión requerida:

$$m = \frac{n}{4} h \frac{f_J^2}{g v}$$

Sin embargo, como una de las principales ventajas argumentadas en relación con la reformulación llevada a cabo, se ha logrado evitar la dependencia de las unidades definitorias de patrones materiales físicos, con la única excepción del ^{133}Cs , sobre el que se define el patrón de frecuencia.

A partir de la consideración de la forma y medida en que los efectos de naturaleza cuántica intervienen en la definición reformulada de unidades y patrones de medida cobra sentido la denominación de SI “cuántico” con la que el mismo ha sido en ocasiones designado¹⁶.

Sin embargo, el hecho de que las unidades y patrones del SI impliquen para su definición la consideración de un conjunto fundamental de efectos de naturaleza cuántica no refleja en sí mismo lo que en términos metrológicos recoge el concepto de Metrología Cuántica.

La Metrología Cuántica es un campo de estudio teórico y experimental de los métodos de altas resolución y precisión utilizados para la medida de magnitudes físicas basados en las particulares posibilidades ofrecidas por los efectos físicos de naturaleza cuántica, especialmente, la interferometría cuántica, la compresión de estados cuánticos y la correlación cuántica de partículas. Estos efectos no tienen parangón en una visión física clásica y suponen que, a través de la aplicación de la correspondiente metodología de análisis, el estado de un sistema pueda ser determinado con incertidumbres de medida muy inferiores a las obtenibles clásicamente.

Cuando se habla de Metrología Cuántica, se consideran, al menos, tres aspectos relacionados con la descripción del mundo físico a través de la Teoría Cuántica:

- La determinación de los límites físicos de la incertidumbre de medida dictados por la aplicación del Principio de Incertidumbre de Heisenberg, elemento clave representativo de la capacidad de determinación consistente de valores de variables físicas aportada por la teoría.
- La definición de patrones cuánticos de unidades de magnitudes físicas, como, por ejemplo, patrones cuánticos de diferencia de potencial eléctrico, resistencia eléctrica, intensidad de corriente eléctrica, tiempo (relojes atómicos) y longitud.
- La construcción de componentes electrónicos de gran sensibilidad capaces de registrar con el máximo de precisión compatible con las limitaciones por el Principio de Incertidumbre de Heisenberg las magnitudes físicas como, por ejemplo, el desarrollo de dispositivos semiconductores de interferencia cuántica (“*Superconducting Quantum Interference Devices*” o SQUIDS), utilizados como detectores ultrasensibles de flujo magnético y los transistores de un solo electrón (“*Single Electron Transistors*” o SETs),

basados en la aplicación del Efecto Túnel (fenómeno típicamente cuántico) y claves para la miniaturización de sensores.

En los últimos 60 años, el Premio Nobel de Física ha ido siendo concedido reconociendo cerca de una veintena de desarrollos y descubrimientos fuertemente vinculados a aspectos cuánticos aplicados a técnicas metrológicas. A título de ejemplo, entre los años 1964 y 2012, el Premio Nobel de Física fue otorgado a los responsables de desarrollos clave que estaban suponiendo (y continúan haciéndolo) una decisiva revolución en los métodos de medida de magnitudes físicas bajo una perspectiva marcadamente determinada por sendos descubrimientos en el ámbito de la Física Cuántica. Tales fueron el efecto Josephson¹⁷, el efecto Hall Cuántico¹⁸, el microscopio de Efecto Túnel (reportado por G. Binnig y H. Rohrer en 1983¹⁹ y acreedor al Premio Nobel de Física en 1986) o el desarrollo de relojes atómicos²⁰. Estos descubrimientos y otros, como los relativos a “*métodos experimentales que permiten la medida y manipulación de sistemas cuánticos individuales*” (Premio Nobel de Física de 2012, otorgado a S. Haroche y D.J. Wineland²¹), a “*experimentos con fotones entrelazados, estableciendo la violación de las desigualdades de Bell y siendo pioneros en la ciencia de la información cuántica*” (Premio Nobel de Física de 2022, otorgado a A. Aspect, J.F. Clauser y A. Zeilinger²²) y “*puesta en práctica del efecto túnel cuántico a escala macroscópica y la cuantización de la energía en un circuito eléctrico*” (Premio Nobel de Física de 2025, otorgado a J. Clarke, M.H. Devoret y J. Martinis²³) están permitiendo en la práctica el desarrollo del conjunto de técnicas experimentales que hoy día agrupamos bajo la denominación genérica de “*Metrología Cuántica*”.

En el momento presente, el campo principal de aplicación de la Metrología Cuántica es el desarrollo de procedimientos y normas sobre unidades de medida basadas en los efectos cuánticos mencionados y, como caso de aplicación destacada, figura la realización práctica de las unidades del Sistema Internacional en su nueva definición tras la reformulación de 2018.

6. PRINCIPALES APLICACIONES DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA CUÁNTICAS AL DESARROLLO DE TÉCNICAS METROLÓGICAS

La Metrología Cuántica ha adquirido cada vez más importancia en los últimos años debido a la necesidad de realizar mediciones cada vez más precisas en diversos campos, como las comunicaciones, la vigilancia ambiental y la Medicina, entre otros.

La aplicación fundamental, que hoy en día constituye una floreciente realidad y se proyecta con enormes posibilidades, es el desarrollo de sensores cuánticos. Estos sensores pueden medir magnitudes físicas con una precisión sin precedentes en muy diversos campos tecnológicos gracias al uso de las propiedades de superposición, entrelazamiento-correlación

cuánticos y Efecto Túnel para lograr altos niveles de sensibilidad y resolución y con minimización del ruido en la transmisión de la información.

A medida que va siendo mayor la penetración de las citadas potencialidades brindadas por la ciencia cuántica en los diversos ámbitos tecnológicos, va apareciendo un creciente número de tipos de “*sensores cuánticos*”, cada uno de ellos diseñado para medir y, en su caso, ayudar al control de una o varias magnitudes físicas específicas con las citadas sensibilidad y resolución aumentadas. El tipo específico de sensor cuántico utilizado en una determinada aplicación depende de los requerimientos específicos de detección y de la naturaleza de la magnitud objeto de medida, alcanzando cada vez un más amplio espectro de aplicaciones.

Ya en el momento presente, dichas aplicaciones se dan en campos tecnológicos muy diversos y revisten diferentes alcances, siendo el denominador común la utilización de las posibilidades brindadas por el comportamiento cuántico de la naturaleza a escala microscópica para lograr mejoras conceptuales sustanciales sobre los métodos metrológicos tradicionales.

Por citar los desarrollos más significativos hasta el momento, se consideran dignos de mención los siguientes tipos de sensores cuánticamente mejorados (la mayor parte con diferencias conceptuales significativas en el método de medida de magnitudes con relación a sus homólogos “clásicos”):

- Interferómetros: Utilizan las propiedades de coherencia y correlación cuánticas para medir con precisión y sensibilidad aumentadas la diferencia de fase entre dos o más ondas en aplicaciones ópticas y acústicas y siendo la base para un importante conjunto de otros sensores de magnitudes diversas, tales como sensores acústicos, giróscopos, gravímetros. De amplia repercusión ha sido la relativamente reciente observación por primera vez con ayuda de este tipo de sistemas de ondas gravitacionales, descubrimiento que fue reconocido con el Premio Nobel de Física de 2017²⁴.
- Magnetómetros: Utilizan asimismo los principios cuánticos de coherencia, correlación de estados y Efecto Túnel para medir campos magnéticos con precisión mejorada sobre sus análogos clásicos sobre la base de la determinación de momentos magnéticos elementales (“*spin*”) de átomos, moléculas y sus componentes elementales. Una excepcional variante de este tipo de sistemas son los denominados SQUIDS (“*Superconducting Quantum Interference Devices*”), citados con anterioridad y capaces de determinar metrológicamente intensidades muy bajas de campo magnético mediante el empleo concurrente de materiales superconductores.
- Dispositivos de imagen óptica mejorada cuánticamente: Utilizan asimismo los principios de coherencia y correlación de estados cuánticos de momento cinético (“*spin*”) de átomos

y moléculas para proporcionar capacidades de resolución espacial muy mejorada con relación a los métodos clásicos, siendo uno de los puntales fundamentales de los desarrollos en curso de exploración en el campo biomédico.

Como característica general de todos ellos, aparte de las ventajas fundamentales de poder sortear las limitaciones impuestas por el principio de incertidumbre de Heisenberg y los límites clásicos de generación de ruido en la transmisión de la información (permitiendo las citadas mayores precisión y sensibilidad en las medidas), los sensores cuánticos pueden operar en condiciones ambientales extremas, tales como campos magnéticos intensos o bajas temperaturas (condiciones en las cuales los sensores clásicos presentan dificultades de funcionamiento), así como a niveles ultramicroscópicos (incluidos átomos y moléculas individuales), permitiendo su aplicación directa en campos que están experimentando un rápido desarrollo, como la micro-nanotecnología.

7. EPÍLOGO: EL FUTURO DE LA METROLOGÍA EN EL MARCO DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA CUÁNTICAS

De acuerdo con lo expuesto en los párrafos anteriores se advierte, en conjunto, que los sensores cuánticos ofrecen ventajas sustanciales sobre sus homólogos clásicos que les permiten una penetración tecnológica sin precedentes a medida que se incrementan progresivamente los desarrollos a los cuales sirven de base, siendo los sectores del conocimiento y desarrollo tecnológico en los cuales van tomando un auge más significativo los de telecomunicaciones, posicionamiento y medida del tiempo, navegación y tecnologías de defensa, investigación fundamental y exploración del espacio, vigilancia ambiental y, sobre todo, aplicaciones en el campo de la salud.

Al objeto de que todas estas aplicaciones puedan ser finalmente instrumentadas con un grado elevado de fiabilidad, restan, sin embargo, avances significativos en la vía hacia la superación de las dificultades características del comportamiento cuántico, específicamente la pérdida de coherencia entre las distintas partes de los sistemas y la necesidad de mantenimiento del entrelazamiento a grandes distancias. Asimismo, se deberán realizar esfuerzos notables en la integración de la complejidad tecnológica de los sensores en su ámbito de medida y se necesitarán esfuerzos importantes en lo referido a calibración de los sistemas desde un punto de vista práctico y su normalización tecnológica.

Sin embargo, todos estos desarrollos, unidos a los espectaculares avances concurrentes en el campo de las tecnologías de información y la computación cuántica hacen pensar en un rápido devenir del progreso científico-tecnológico indefectiblemente asociado al propio avance y penetración de la Ciencia y Tecnología Cuánticas.

En definitiva, se constata que el camino que en su día se inició con la implantación del Sistema Métrico Decimal y la posterior firma de la Convención del Metro ha fructificado ampliamente a lo largo del tiempo con el desarrollo del Sistema Internacional de Unidades, habiendo sido el desarrollo de la ciencia y tecnología cuánticas esencial para el logro de determinaciones metroológicas cada vez más precisas y físicamente fundadas.

De esta forma, se reconoce que la conjunción de las celebraciones del sesquicentenario de la firma de la Convención del Metro y del Año Internacional de la Ciencia y Tecnología Cuánticas es una feliz efemérides que, gracias al fundamental entronque entre disciplinas descrito, adquiere hoy un significado pleno y con una amplia proyección de futuro.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Granados, C.E.: *“Introducción a la Historia de la Metrología”*. Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, (2007).
2. Planck, M.: *“Über irreversible Strahlungsvorgänge. 5. Mitteilung”*. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften (1899). Publicado posteriormente como *Annalen der Physik*, 306 (1900), 69-122.
Stoney, G.J.: *“On the Physical Units of Nature”*. Report to the British Association. 44th meeting. (1874). Publicado posteriormente en *Philosophical Magazine*, 11 (1881), 381-390. Fue precisamente con ocasión de esta búsqueda de “constantes universales” cuando Stoney proporcionó una nueva interpretación para las leyes de la electrolisis y descubrió “una cantidad definida de electricidad” a la que denominó “electrón” y con arreglo a la cual los átomos parecían combinarse entre sí.
Drude, P.: *“Über Fernwirkungen”*. Beilage zu den *Annalen der Physik und Chemie*. Band 62, 1, Neue Folge, (1897), S. I-XLIX.
3. Massa, E. y otros: *Metrología*, 48 (2011) S37.
4. Murphy, T.W.: *Rep. Prog. Phys.* 76 (2013), 076901
5. Special issue, *“Watt and Joule Balances, the Planck Constant and the Kilogram”*. *Metrologia*, 51 (2014).
6. Quinn, T. J.: *Metrologia* 26 (1989), 69.
7. Josephson, B.D.: *Physics Letters*, 1, 251-253 (1962)
8. Klitzing y otros: *Phys. Rev. Lett.*, 45, 494-497 (1980).
9. Fulton, T.A., Dolan, G.J.: *Phys. Rev. Lett.*, 59, 109-113 (1987)
10. Newell, D. B. y otros: *Metrologia*, 50 (2013) 337
11. Likharev, K.K., Zorin, A.B.: *J. Low Temp. Phys.*, 59, 347-382 (1985)
12. Piquemal, F. y otros: *Metrología*, 54, R1-R24 (2017)
13. Nawrocki, W.: *Metrol. Meas. Syst.*, 13, 171-181 (2006)
14. Nawrocki, W.: *Introduction to Quantum Metrology*. 2nd Ed. Springer (2019)
15. Robinson, I.A., Schlaminger, S.: *Metrologia*, 53, A46-A74 (2016)
16. Mohr, P.J.: *Advances in Quantum Chemistry*, 53, 27-36 (2008)
17. Ver referencia 8

18. Ver referencia 9
19. Binnig, G., Rohrer, H.: Surface Science, 126, 236-244 (1983)
20. Ramsey, N.F.: "*History of Atomic Clocks*". Journal of Research of the NBS, 88, 301 (1983)
21. Consultar: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2012/press-release/>
22. Consultar: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/press-release/>
23. Consultar: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2025/press-release/>
24. Consultar: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2017/press-release/>